Definiciones, Teoremas y Propiedades de Probabilidades y Estadística

1. Espacios y Probabilidades

- **Def.:** Definimos al conjunto $\mathcal{S}$ el **Espacio Muestral** como el que contiene todos los posibles resultados de un experimento. A cada subconjunto del espacio muestral lo llamamos **Evento**. Definimos el **Espacio de Eventos** como el conjunto $\mathcal{F}$ que contiene todos los posibles eventos.
- **Prop.:** Sea $\mathcal{S}$ un espacio muestral numerable $\implies \mathcal{F} = \mathcal{P}_{(\mathcal{S})}$.
- **Def.:** Definimos la **Probabilidad** como $\mathbb{P} : \mathcal{F} \to [0,1] \ / \ (\mathbb{P}(\mathcal{S}) = 1) \wedge (\{A_n\},\ n \in [1,N] \subseteq \mathbb{N} \ / \ A_i \cap A_j = \phi \ \forall i,j \implies \mathbb{P}\left(\bigcup\limits_{n=1}^{N} A_n\right) = \sum\limits_{n=1}^{N} \mathbb{P}(A_n))$.
- **Def.:** Sea $\mathcal{S}$ un espacio muestral / $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B) \forall A, B \in \mathcal{S}$ lo llamamos un **Espacio Muestral Equiprobable**.
- **Prop.:** Sean A y B dos eventos llamamos la **Probabilidad Condicional** de A dado B a la probabilidad de que el evento A suceda dado que sucede el evento B y vale que $\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$.
- **Def.:** Sean A y B dos eventos los llamamos **Independientes** $\iff \mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$. Notamos $A \perp B$.
- **Prop.:** Sean A y B dos eventos, son independientes $\iff \mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A)$.
- **Fórmula de Probabilidad Total:** Sea $I = \{B_i\},\ i \in [1,N] \subseteq \mathbb{N}$ una partición del espacio muestral y A un evento $\implies \mathbb{P}(A) = \sum\limits_{i=1}^{N} \mathbb{P}(A|B_i)\mathbb{P}(B_i)$.
- **Fórmula de Bayes:** Sea $I = \{B_i\},\ i \in [1,N] \subseteq \mathbb{N}$ una partición del espacio muestral y A un evento $\implies \mathbb{P}(B_i|A) = \frac{\mathbb{P}(A|B_i)\mathbb{P}(B_i)}{\sum\limits_{j=1}^{N} \mathbb{P}(A|B_j)\mathbb{P}(B_j)}$.
- **Def.:** Sea $\{A_i\},\ i \in [1,N] \subseteq \mathbb{N}$ un conjunto de eventos lo llamamos una **Familia de Eventos Independientes** $\iff \mathbb{P}\left(\bigcap\limits_{i=1}^{N} A_i\right) = \prod\limits_{i=1}^{N} \mathbb{P}(A_i)$.

2. Variables Aleatorias Discretas

- **Def.:** Definimos una **Variable Aleatoria Discreta** como una función $X : \mathcal{S} \to \mathbb{N}$.
- **Def.:** Definimos la **Función de Probabilidad** o **Distribución de Probabilidad** como la función P: $\mathbb{N} \to [0,1] \ / \ \mathbb{P}(x) = \mathbb{P}\big(X_{(w)} = x\big) \forall w \in \mathcal{S}$.
- **Def.:** Sea X una variable aleatoria y P la distribución de probabilidad de X entonces notamos $X \sim$ P.
- **Def.:** Sea X una variable aleatoria definimos la **Probabilidad Acumulada** como $\mathbb{P}(X \leqslant x) = \sum\limits_{X=i}^{x} \mathbb{P}(X = i)$.
- **Def.:** Definimos la **Esperanza** como la función E: $\mathcal{S} \to \mathbb{N}$ /E$(X) = \sum\limits_{X} x\mathbb{P}(X = x)$.

- **Prop.:** Sean X e Y variables aleatorias $/(g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}) \wedge (y = g_{(x)}) \implies \mathrm{E}(Y) = \sum\limits_{X} g_{(x)} \mathbb{P}(X = x)$
- **Def.:** Sea X una variable aleatoria llamamos **Varianza** a la función $\mathrm{V}(X) = \mathrm{E}\big((X - \mathrm{E}(X))^2\big)$.
- **Def.:** Sea X una variable aleatoria llamamos **Desvío Estándar** a la función $\sigma(X) = \sqrt{\mathrm{V}(X)}$.
- **Prop.:** Sea X una variable aleatoria $\implies \mathrm{V}(X) = \mathrm{E}\big(X^2\big) - \mathrm{E}(X)^2$.
- **Prop.:** Sea X una variable aleatoria y $V_{(X,m)} = \sum\limits_{X} (x - m)^2 \mathbb{P}(X = x) \implies \mathrm{V}(X) \leqslant V_{(X,m)}\ \forall m \in \mathbb{R}$.
- **Prop.:** Sean $X \sim \mathcal{G}(p) \implies \mathbb{P}(X > k + l | X > l) = \mathbb{P}(X > k)\ \forall k, l \in \mathbb{N}$.

3. Variables Aleatorias Continuas

- **Def.:** Llamamos a X una **Variable Aleatoria Continua** si $(X : \mathcal{S} \to \mathbb{R}) \wedge (\mathbb{P}(X \in A) = \int\limits_{A} f_{(x)} dx)$. Llamamos a f la **Distribución de Probabilidad** de X. Esta distribución debe cumplir que $(f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}) \wedge \big(f_{(x)} \geqslant 0\ \forall x \in \mathbb{R}\big) \wedge \left(\int\limits_{-\infty}^{\infty} f_{(x)} dx = 1\right)$. Definimos también la **Distribución Acumulada** como $F_{(t)} = \int\limits_{-\infty}^{t} f_{(x)} dx$.
- **Def.:** Sea f una distribución y $p \in [0, 1]$ llamamos **Percentil** de p a $x_p / \int\limits_{-\infty}^{x_p} f_{(x)} dx = p$.
- **Def.:** Sea f una distribución y X una variable aleatoria llamamos **Promedio** de una función $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a $< g >= \int\limits_{-\infty}^{\infty} g_{(x)} f_{(x)} dx$.
- Sea f una distribución llamamos **Mediana** al percentil de $\frac{1}{2}$.
- **Prop.:** Sea X una variable aleatoria con distribución $f,\ X \geqslant 0 \implies < X >= \int\limits_{0}^{\infty} (1 - F_{(x)}) dx,\ \ F_{(x)} = \int\limits_{-\infty}^{x} f_{(u)} du$.
- **Lema:** Sea $X \sim \mathcal{N}\big(\mu, \sigma^2\big) \iff Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0, 1)$.
- **Def.:** Sea $X \sim \mathcal{N}(0, 1) \implies \Phi_{(z)} = \mathbb{P}(X \leqslant z)$.
- **Prop.:** Sea $X \sim \mathcal{N}\big(\mu, \sigma^2\big) \implies \mathbb{P}(X \leqslant z) = \Phi_{\left(\frac{z - \mu}{\sigma}\right)}$.
- **Prop.:** Sea $X \sim \mathcal{E}(\lambda) \implies \mathbb{P}(X > t + s | X > s) = \mathbb{P}(X > t)$.
- **Prop.:** $\lim\limits_{n \to \infty} \mathcal{G}\big(\frac{\lambda}{n}\big) = \mathcal{E}(\lambda)$.
- **Prop.:** Sean $X_i \sim \mathcal{E}(\lambda) \implies \sum\limits_{i=1}^{n} X_i \sim \Gamma(n, \lambda)$.
- **Prop.:** Sea $X \sim \Gamma(n, \alpha) \implies \lambda X \sim \Gamma\big(n, \frac{\alpha}{\lambda}\big)\ \forall \lambda \in \mathbb{R}$.
- **Prop.:** Sean $X_i \sim \mathcal{P}(\lambda_i) \implies \sum\limits_{i=1}^{n} X_i \sim \mathcal{P}\left(\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i\right)$.
- **Def.:** Sean X e Y variables aleatorias son independientes $\iff < f_{(x)} g_{(x)} >=< f_{(x)} >< g_{(x)} >\ \forall f, g$.
- **Teorema:** Sea X una variabe aleatoria acotada, $X \in (a, b),\ a, b \in \mathbb{R}$, con distribución f_x, sea $g : (a, b) \to \mathbb{R}$ biyectiva e $Y = g_{(x)} \implies f_{y(y)} = \frac{f_{x\left(g^{-1}_{(y)}\right)}}{\left|g'_{\left(g^{-1}_{(y)}\right)}\right|}$.

4. Vectores Aleatorios

- **Def.:** Definimos un **Vector Aleatorio** a un vector $\boldsymbol{X} : \mathcal{S} \to \mathbb{R}^N$ con distribución $f : \mathbb{R}^N \to \mathbb{R}$ / $\int\limits_{\mathcal{S}} f_{(\boldsymbol{x})} d\boldsymbol{x} = 1,\quad f_{(\boldsymbol{x})} \geqslant 0\ \forall \boldsymbol{x}$. Sea $\Xi = \{x_i \in \mathbb{R}\ /\ x_i \leqslant t_i\ \forall\ i \in [1, N],\ \boldsymbol{t} \in \mathbb{R}^N\}$ definimos la distribución acumulada de $\boldsymbol{X}$ como $F_{(\boldsymbol{t})} = \int\limits_{\Xi} f_{(\boldsymbol{x})} d\boldsymbol{x}$.

- **Def.:** Sea $\boldsymbol{X}$ un vector aleatorio con distribución f definimos la **Distribución Marginal** de una coordenada x_i como $f_{X_i(x_i)} = \int\limits_{\mathbb{R}^{N-1}} f_{(\boldsymbol{x})} d\tilde{\boldsymbol{x}}$, donde $\tilde{\boldsymbol{x}}$ es el vector con todas las coordenadas de $\boldsymbol{x}$ menos x_i.

- **Prop.:** Sean X e Y variables aleatorias discretas y g y h funciones tal que $\mathbb{P}(X = x, Y = y) = Cg_{(x)}h_{(y)}$ donde $C \in \mathbb{R} \implies X \perp Y,\quad \mathbb{P}(X = x) = \left(\sum\limits_{x'} g_{(x')}\right)^{-1} g_{(x)},\quad \mathbb{P}(Y = y) = \left(\sum\limits_{y'} h_{(y')}\right)^{-1} h_{(y)}$.

- **Prop.:** Sean X e Y variables aleatorias con distribuciones f_X y f_Y respectivamente entonces son independientes $\iff f_{(x,y)} = f_{X(x)} f_{Y(y)}$.

- **Prop.:** Sea $h : \mathbb{R}^N \to \mathbb{R}$, $\boldsymbol{X}$ un vector aleatorio con distribución $f \implies \mathrm{E}\big(h_{(\boldsymbol{X})}\big) = \int\limits_{\mathbb{R}^N} h_{(\boldsymbol{x})} f_{(\boldsymbol{x})} d\boldsymbol{x}$.

- **Def.:** Sean X e Y variables aleatorias definimos la **Covarianza** de ambos como $\mathrm{Cov}(X, Y) = \mathrm{E}((X - \mathrm{E}(X))(Y - \mathrm{E}(Y)))$.

- **Prop.:** Sean X e Y variables aleatorias, $X \perp Y \implies \mathrm{Cov}(x, y) = 0$.

- **Def.:** Sean X e Y variables aleatorias definimos el **Coeficiente de Correlación** entre ambas como $\rho(X, Y) = \frac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)}$.

- **Prop.:** Sean X e Y variables aleatorias $\implies f_{X|Y=y(x)} = \frac{f_{(x,y)}}{f_{Y(y)}}$.

- **Teorema:** Sea X una variable aleatoria y $\{A_i\},\ i \in [1, n] \subseteq \mathbb{N}$ una partición del espacio muestral $\implies \mathrm{E}(X) = \sum\limits_{i=1}^{n} \mathrm{E}(X|A_i)\mathbb{P}(A_i)$.

5. Ley de Grandes Números y Teorema Central del Límite

- **Def.:** Sea X una variable aleatoria definimos un **Modelo** de X a un vector $\boldsymbol{X}$ de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (o *iid*) $X_i \sim X\ \forall i \in [1, n] \subseteq \mathbb{N}$. A algún valor $\boldsymbol{x}$ del modelo de X lo llamamos una **Muestra** de X

- **Def.:** Sea $\boldsymbol{X}$ modelo de X definimos a la **Media Muestral** de X como $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} X_i$. Vale además que $\mathrm{E}\big(\bar{X}\big) = \mathrm{E}(X)$ y $\mathrm{V}\big(\bar{X}\big) = \frac{\mathrm{V}(X)}{n}$.

- **Def.:** Sea $\boldsymbol{X}$ modelo de X definimos a la **Desviación Estándar** como $\sigma_n(\boldsymbol{X}) = \sqrt{\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}$, y definimos el **Error Estadístico** como $\frac{\sigma_n(\boldsymbol{X})}{\sqrt{n}}$.

- **Desigualdad de Markov:** Sea $X > 0$ una variable aleatoria con esperanza finita y $\epsilon > 0 \implies \mathbb{P}(X > \epsilon) \leqslant \frac{\mathrm{E}(X)}{\epsilon}$.

- **Desigualdad de Chebyshev:** Sea X una variable aleatoria con esperanza finita y $\epsilon > 0 \implies \mathbb{P}(|X - \mathrm{E}(X)| \geqslant \epsilon) \leqslant \frac{\mathrm{V}(X)}{\epsilon^2}$.

- **Ley de Grandes Números:** Sea X una variable aleatoria y $\boldsymbol{x}$ un modelo de $X \implies \lim\limits_{n\to\infty} \mathbb{P}(|X_n - X| > \epsilon) = 0\ \forall \epsilon > 0$. En particular, vale que $\lim\limits_{n\to\infty} \mathbb{P}\big(\big|\bar{X} - \mathrm{E}(X)\big| > \epsilon\big) = 0$.

- **Def.:** Sea X una variable aleatoria llamamos el **Momento** de orden k de X a $m_k = \mathrm{E}\left(X^k\right) < \infty$. En general se refiere a m_1 como **Posición**, a m_2 como **Dispersión**, a m_3 como **Asimetría** y a m_4 como **Kurtosis**.
- **Def.:** Sea X una variable aleatoria definimos la **Función Generadora de Momentos** de X como $M_X : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ M_{X(t)} = \mathrm{E}\left(e^{tX}\right)$.
- **Teorema:** Sea X una variable aleatoria $\implies m_k = \frac{d^k}{dt^k} M_{X(t)}\big|_{t=0}$.
- **Teorema de Unicidad:** Sea X una variable aleatoria $\implies$ su función generadora de momentos es única.
- **Teorema:** Sean $X_i,\ i \in [1, n] \subseteq \mathbb{N}$ variables aleatorias / $X_i \perp X_j\ \forall i \neq j,\ Y = \sum\limits_{i=1}^{n} X_i \implies M_{Y(t)} = \prod\limits_{i=1}^{n} M_{X_i(t)}$.
- **Def.:** Sean $\{X_i\},\ i \in \mathbb{N}$ una sucesión de variables aleatorias decimos que **Converge en Distribución** a otra variable aleatoria $X \iff \lim\limits_{i\to\infty} F_{X_i(x)} = F_{X(x)}$. Notamos $X_i \to X$.
- **Teorema Central del Límite:** Sean X_i variables aleatorias *iid* con media μ y varianza σ^2 y sea $S_n = \sum\limits_{i=1}^{n} X_i \implies Z_n = \frac{S_n - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} \to Z$, donde $Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$.
- **Teorema:** Sea X una variable aleatoria entonces converge en distribución a alguna otra variable aleatoria $\iff$ hay convergencia de las distribuciones acumuladas $\iff$ existen y convergen las funciones generadoras de momentos.

6. Estadística

- **Def.:** Sea X una variable aleatoria definimos un **Parámetro** de X como una variable que caracteriza la distribución de X. Notamos a la distribución de X como $f_{(\theta;x)}$, donde θ es un parámetro de X.
- **Def.:** Sea $\boldsymbol{X}$ un modelo de X definimos el **Estimador Puntual** $\hat{\theta}_n$ como una variable aleatoria función del modelo que estima el parámetro de X. Llamamos **Estimación** o **Estimativa** al estimador aplicado a una muestra.
- **Def.:** Sea $\hat{\theta}_n$ un estimador lo llamamos **Consistente** si $\hat{\theta}_n \to \theta$, donde θ es el parámetro.
- **Def.:** Sea $\hat{\theta}_n$ un estimador y θ el parámetro definimos el **Sesgo** como $b = \mathrm{E}\left(\hat{\theta}_n\right) - \theta$. Llamamos a un estimador **Insesgado** si no tiene sesgo y **Asintóticamente Insesgado** si $\lim\limits_{n\to\infty} b = 0$.
- **Def.:** Sea $\boldsymbol{X}$ un modelo de X definimos al **Momento Muestral** de orden k de $\boldsymbol{X}$ como $\hat{m}_k = \frac{1}{n} \sum\limits_{i=1}^{n} X_i^k$.
- **Def.:** Sea θ parámetro de X y $\exists\ k \in \mathbb{N}$ / m_k sea función inversible de θ entonces se define el **Estimador de Momento** de θ como $\hat{\theta}_n = \hat{m}_k^{-1}$.
- **Def.:** Sea $\boldsymbol{X}$ una muestra de X con parámetro θ definimos la **Función de Verosimilitud** como $\mathcal{L}(\theta; \boldsymbol{x}) = \mathbb{P}(\boldsymbol{X} = \boldsymbol{x})$. En el caso continuo se define $\mathcal{L}(\theta; \boldsymbol{x}) = \prod\limits_{i=1}^{n} f_{(\theta; x_i)}$.
- **Def.:** Sea θ parámetro de X definimos el **Estimador de Máxima Verosimilitud** a $\hat{\theta}_n$ / $\mathcal{L}(\theta; \boldsymbol{x})$ sea máximo.
- **Def.:** Sea $\hat{\theta}_n$ un estimador de θ llamamos **Error** a $(\hat{\theta}_n - \theta)$, **Error Estándar** a $\sigma\left(\hat{\theta}_n\right)$ y **Error Cuadrático Medio** a $\mathrm{ECM}\left(\hat{\theta}_n\right) = \mathrm{E}\left((\hat{\theta}_n - \theta)^2\right)$.
- **Prop.:** Sea $\hat{\theta}_n$ un estimador de $\theta \implies \mathrm{ECM}\left(\hat{\theta}_n\right) = b^2(\hat{\theta}_n) - \mathrm{V}\left(\hat{\theta}_n\right)$.

- **Def.:** Sea $\boldsymbol{X}$ modelo de X definimos la **Varianza Muestral** como $S_n^2 = \frac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$.

- **Prop.:** Sea $\boldsymbol{X}$ modelo de X entonces, a diferencia de su desviación estándar, la varianza muestral es un estimador insesgado.

- **Lema:** Sea $\hat{\theta}_n$ estimador de θ si es asintóticamente insesgado y $\lim\limits_{n\to\infty} \mathrm{V}\left(\hat{\theta}_n\right) = 0 \implies$ es consistente.

- **Def.:** Sea $\boldsymbol{X}$ modelo de X con parámetro θ llamamos **Intervalo de Confianza** de nivel $1-\alpha$, donde α es la **Probabilidad de Error**, a un intervalo aleatorio $I \;/\; \mathbb{P}(\theta \in I) = 1-\alpha$ y que es independiente de θ.

- **Prop.:** Sea $\boldsymbol{X}$ modelo de X con parámetro θ y $T(\theta;\boldsymbol{X})$ una función inversible cuya distribución no depende de θ la llamamos **Función Pivote** y sean $a, b \in \mathbb{R} \;/\; \mathbb{P}(a \leqslant T \leqslant b) = 1-\alpha,\ \alpha \in [0,1] \subseteq \mathbb{R} \implies I = \left[T^{-1}_{(a)}, T^{-1}_{(b)}\right]$ es un intervalo de confianza de nivel $1-\alpha$ de θ.

- **Prop.:** Sean $z \sim \mathcal{N}(0,1),\ U \sim \chi^2_n \implies z\sqrt{\frac{n}{U}} \sim t_n$.

- **Prop.:** Sean $X_i \sim \mathcal{N}\left(\mu, \sigma^2\right)$ *iid* $\implies S_n^2 \sim \chi^2_n,\ S_n^2 \perp \bar{X},\ \sqrt{n}\left(\frac{\bar{X}-\mu}{S_n^2}\right) \sim t_{n-1}$.

- **Def.:** Definimos un **Test** como una regla de decisión basada en una variable aleatoria que llamamos **Estadístico** que depende de la muestra y de ciertos parámetros a testear. Estableciendo una **Hipótesis Nula** que va a ser sujeta al test vamos a calcular el estadístico y definir una **Zona de Rechazo**, tal que si el estadístico cae en esta zona entonces se rechazará la hipótesis nula. A esta zona de rechazo la vamos a definir utilizando una **Hipótesis Alternativa** a la hipótesis nula y el **Error de Tipo I**, que es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula dado que es verdadera. Llamamos **Error de tipo II** a la probabilidad de no rechazar la hipótesis nula cuando esta es falsa.

- **Def.:** Sea t el estadístico medido usando H_0 la hipótsis nula definimos el **p-Valor** como $p = \mathbb{P}(|T| \geqslant t | H_0)$. Se puede usar esta cantidad para determinar el resultado de un test rechazando la hipótesis nula si $p > \alpha$, donde α es el error de tipo I.

7. Distribuciones

7.1. Discretas

Nombre	Distribución	$\mathrm{E}(X)$	$\mathrm{V}(X)$	$M_{X(t)}$
Bernoulli	$\mathrm{Be}(p) = p\delta_{X1} + (1-p)\delta_{X0}$ (*)	p	$p(1-p)$	$pe^t + 1 - p$
Geométrica	$\mathcal{G}(p) = p(1-p)^{x-1}$ (*)	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$	$\frac{pe^t}{1-(1-p)e^t}$
Binomial	$\mathrm{B}(n,p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$ (*)	np	$np(1-p)$	$(pe^t + 1 - p)^n$
Binomial Negativa	$\mathrm{NB}(r,p) = \binom{x-1}{r-1} p^r (1-p)^{x-r}$ (*)	$\frac{r}{p}$	$\frac{r(1-p)}{p^2}$	$\left(\frac{pe^t}{1-(1-p)e^t}\right)^r$
Poisson	$\mathcal{P}(\lambda) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$ (***)	λ	λ	$e^{\lambda(e^t-1)}$
Hipergeométrica	$\mathcal{H}(N,B,m) = \frac{\binom{B}{x}\binom{N-B}{m-x}}{\binom{N}{m}}$ (**)	$m\frac{B}{N}$	$m\frac{B}{N}\frac{(N-B)}{N}\frac{(N-m)}{(N-1)}$	$-$
Empírica	$\hat{\mathrm{F}}(n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \delta_{X_i X}$ (****)	$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$	$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (X_i - \mathrm{E}(X))^2$	$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} e^{tX_i}$

Tabla 1: Distribuciones Discretas Usuales

7.2. Continuas

Nombre	Distribución	$\mathrm{E}(X)$	$\mathrm{V}(X)$	$M_{X(t)}$
Normal	$\mathcal{N}(\mu,\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	μ	σ^2	$e^{\frac{\sigma^2 t^2}{2} + \mu t}$
Uniforme	$\mathcal{U}(a,b) = \frac{1}{b-a}\mathbb{I}_{(a,b)}(x)$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	$\frac{e^{bt} - e^{at}}{t(b-a)}$
Exponencial	$\mathcal{E}(\lambda) = \lambda e^{-\lambda x}\mathbb{I}_{(0,\infty)}(x)$ (***)	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$	$\frac{\lambda}{\lambda-t}\mathbb{I}_{(-\infty,\lambda)}(t)$
Gamma	$\Gamma(\alpha,\lambda) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma_{(\alpha)}} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}\mathbb{I}_{(0,\infty)}(x)$ (***)	$\frac{\alpha}{\lambda}$	$\frac{\alpha}{\lambda^2}$	$\left(\frac{\lambda}{\lambda-t}\right)^\alpha \mathbb{I}_{(-\infty,\lambda)}(t)$
Chi Cuadrado	$\chi^2_n = \Gamma\left(\frac{n}{2}, \frac{1}{2}\right)$ (***)(*****)	n	$2n$	$(1-2t)^{-\frac{n}{2}}\mathbb{I}_{\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)}(t)$
t-Student	$t_n = \frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\sqrt{n\pi}\Gamma(\frac{n}{2})}\left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}$ (***)(*****)	$0,\ n > 1$	$\frac{n}{n-2},\ n > 2$	$-$

Tabla 2: Distribuciones Continuas Usuales

- (*): $p \in (0,1) \subseteq \mathbb{R}$.
- (**): N total poblacional, B "buenos" en la población y m total de la muestra.
- (***): $\lambda, \alpha > 0,\ \lambda, \alpha \in \mathbb{R}$, $\mathbb{I}$ es la función indicatriz.
- (****): X_i muestra de X, δ_{ij} es la delta de Kronecker.
- (*****): $n \in \mathbb{N}$ grados de libertad.